

# 1 Bounded-Model-Checking:

eine Erweiterung der Aussagenlogik

## Ziel: Model-Checking

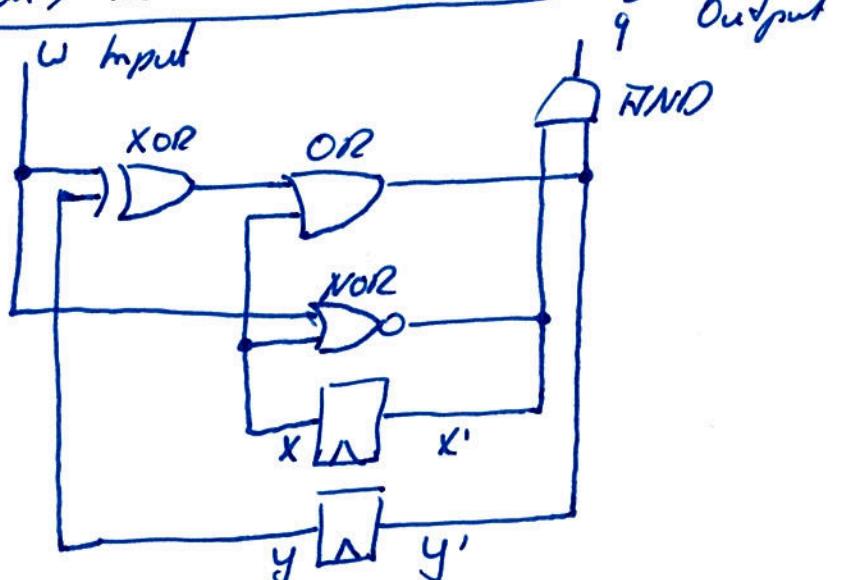
- Prüfe die Korrektheit von Schaltkreisen (Bugs, seit 2000 auch Software)
- Zwei Varianten:
  - ↳ Nachweis der Korrektheit (hier nicht!)
  - ↳ Finden von Bugs

## Ein Ansatz: Bounded-Model-Checking

- Zum Bug-Hunting
- Finde Bugs in Ausführungen beschränkte Länge  
(erreiche Vollständigkeit durch Iteration)
- Basierend auf SAT-Solver  
(Erfüllbarkeitsprüfung für Aussagenlogik)  
(Wir entwickeln SAT-Solver in dieser Vorlesung)
- Nicht zum Nachweis der Korrektheit gedacht.

## Beispiel zum (iterativen) Bounded-Model-Checking:

Gegeben:  $Sys =$



Initial:

$$\begin{aligned}x &= 0 \\y &= 0\end{aligned}$$

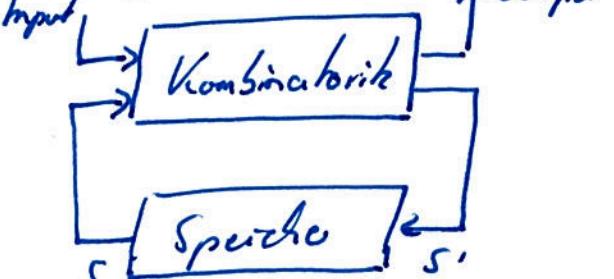
Eigenschaft:  $\text{AG } \neg q$

Frage: Gilt  $\text{AG } \neg q$  in Sys?

Antwort: Nein, sehr in Takt 1  $\omega = 1$   
und in Takt 2  $\omega = 0$ .

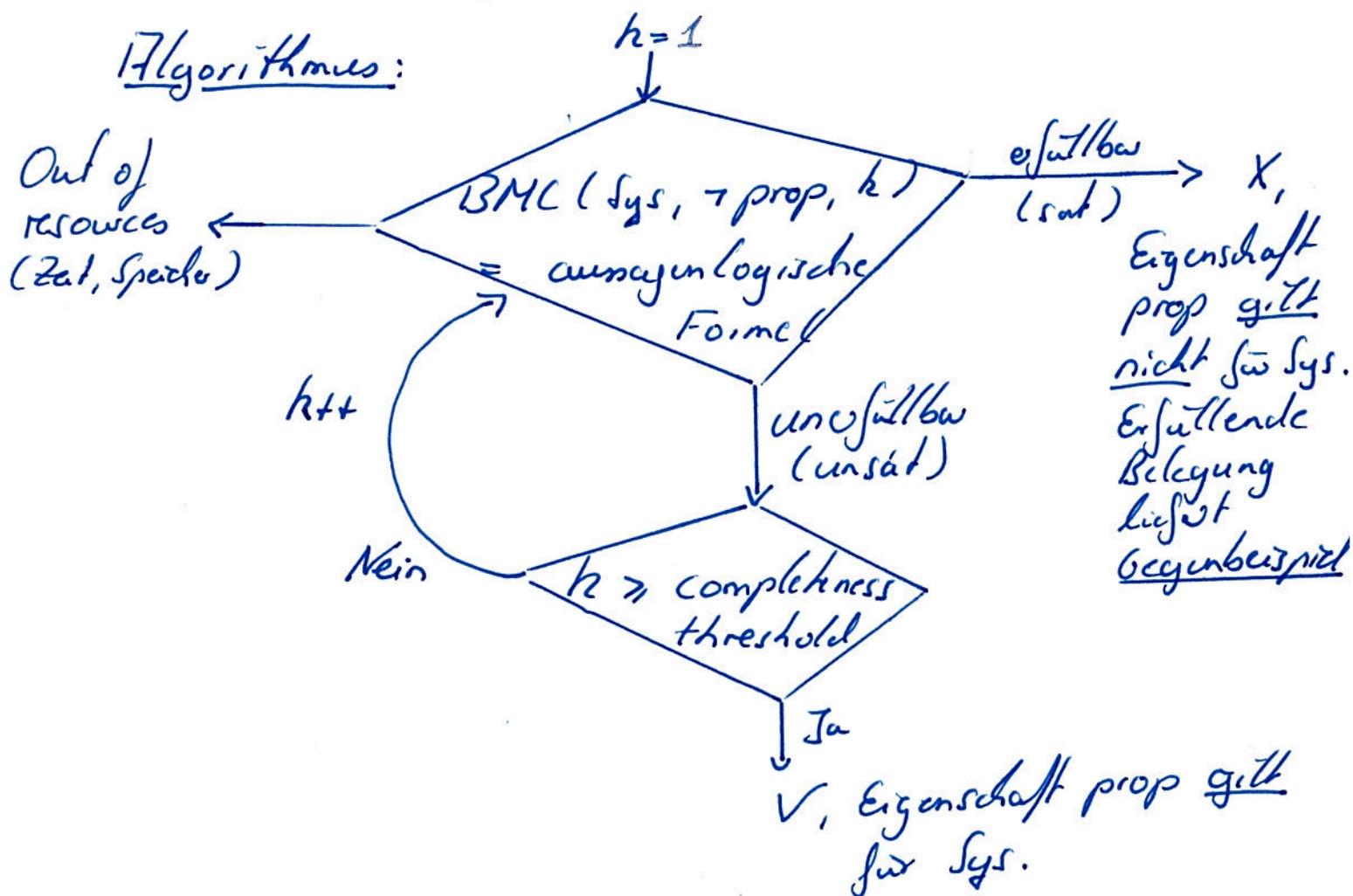
Ziel: Bestimme solche Gegenbeispiel automatisch.

## 1.1 Iteratives Bounded-Model-Checking

Gegeben: • Schaltkreis Sys = 

- gewünschte  
Eigenschaft prop.

Algorithmus:

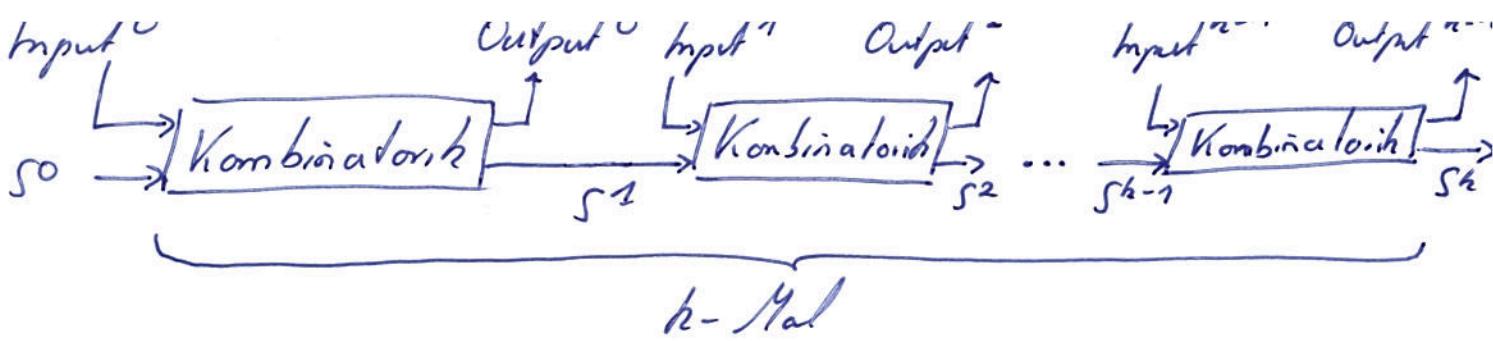


## 1.2 Prozedur BMC(sys, ~prop, h):

Besteht aus zwei Schritten

1. Schritt: Entfalte Sys h-Mal:

Entfalten macht Spezifikation überraschig



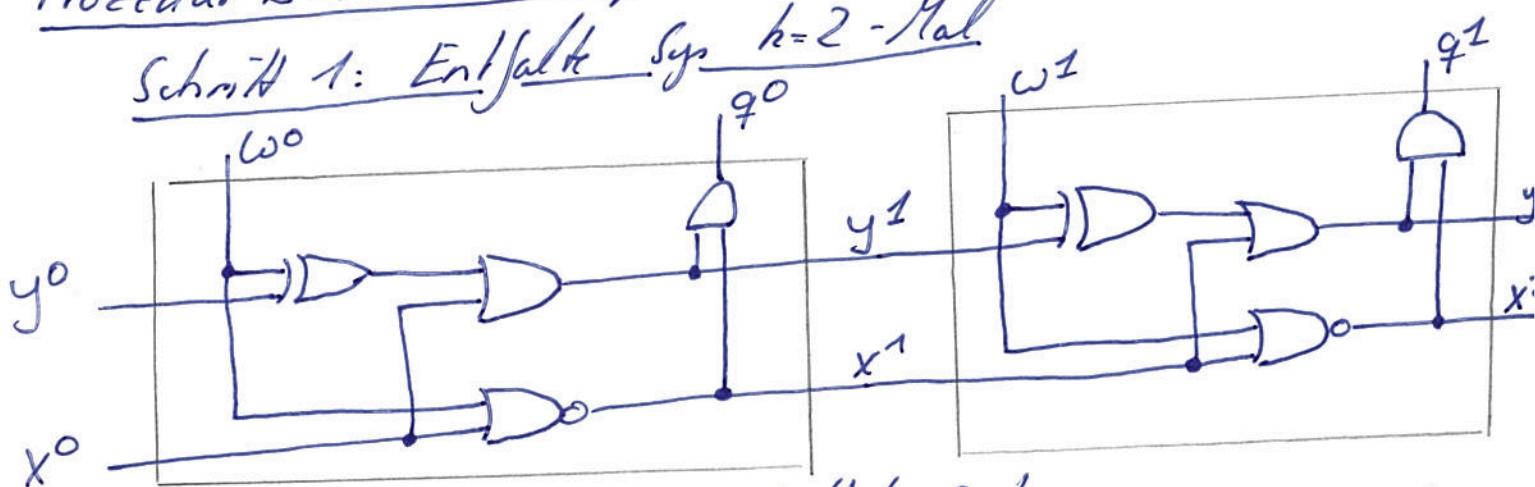
## 2. Schritt: Übersetze entfaltbares System

und negiere Eigenschaft in SAT  
(in aussagenlogische Formel)

- Jedes Eingadsignal, Ausgadsignal und jede Sprachowort pro Takt ergibt eine aussagenlogische Variable
- Der kombinatorische Schaltkreis ist eine aussagenlogische Formel
- Die Negation der Eigenschaft wird als Konjunktion zur Formel hinzugefügt

## Prozedur BOYC am Beispiel:

### Schritt 1: Entfalte Sys $k=2$ -Mal



### Schritt 2: Übersetze entfaltbares System

mit negierte Eigenschaft in SAT:

Initialwert  
des Sprachos

$$\wedge y^0 \quad \wedge x^0 \quad \left. \begin{array}{l} \wedge y^0 \\ \wedge x^0 \end{array} \right\} \text{Anfang}$$

Endkoppelung  
des Schalt-  
worts

$$\wedge y^1 \leftrightarrow (w^0 \oplus y^0) \vee x^0 \quad \left. \begin{array}{l} \wedge y^1 \leftrightarrow (w^0 \oplus y^0) \vee x^0 \\ \wedge x^1 \leftrightarrow \neg(x^0 \vee w^0) \end{array} \right\} \text{Kopie}$$

$$\wedge x^1 \leftrightarrow \neg(x^0 \vee w^0) \quad \left. \begin{array}{l} \wedge x^1 \leftrightarrow \neg(x^0 \vee w^0) \\ \wedge q^1 \leftrightarrow x^2 \wedge y^2 \end{array} \right\} \text{Kopie}$$

$$\wedge q^1 \leftrightarrow x^2 \wedge y^2 \quad \left. \begin{array}{l} \wedge q^1 \leftrightarrow x^2 \wedge y^2 \\ \wedge (q^0 \vee q^1) \end{array} \right\} \text{Negation der Eigenschaft}$$

Prüfe resultierende Formel auf Erfüllbarkeit  
im iterativen Bounded-Model-Checking-Algorithmus:

- Wähle (das erledigt der SAT-Solver):

$$\omega^0 = 1 \quad \text{und} \quad \omega^1 = 0$$

Dann:

$$y^1 = 1 \quad y^2 = 1$$

$$x^1 = 0 \quad x^2 = 1$$

$$q^0 = 0 \quad q^1 = 1$$

Die Formel BMC( $\text{sys}, \neg \text{prop}, 2$ ) ist erfüllbar,  
also ist die Eigenschaft  $\text{HG} \neg q$  volkt.

- Beachte: Die erfüllende Belegung liefert  
ein Gegenbeispiel für  $\text{HG} \neg q$ :

- wähle im ersten Takt  $\omega = 1$ , denn  $\omega^0 = 1$
- wähle im zweiten Takt  $\omega = 0$ , denn  $\omega^1 = 0$ .